



3.14 (14. März)

Internationaler Tag der Mathematik

Das Motto des Jahres 2021 :

„Mathematics for a Better World“

<https://www.idm314.org/index.html>

Epidemienanalyse

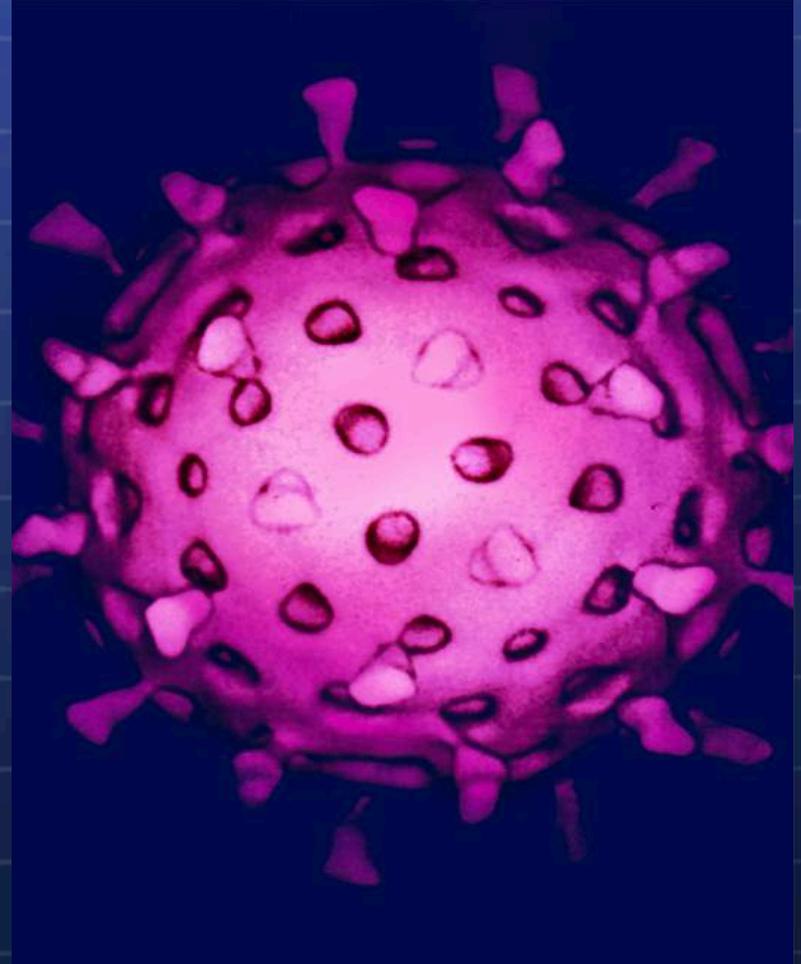
Wenn eine neue Epidemie beginnt, dann befürchtet man, dass sie nicht aufhört, da es immer wieder neue Fälle gibt.

Die Mathematik sagt das nicht.

Die wichtige Größe ist das Reproduktionsverhältnis R_0 , das der mittleren Anzahl von Personen entspricht, die von jeder infektiösen Person infiziert wurden.

Wenn $R_0 < 1$ ist, stirbt die Epidemie, wenn $R_0 > 1$ breitet sie sich aus.

Das Wissen über R_0 leitet die Strategie zur Kontrolle der Epidemie. Insbesondere bei begrenzten Ressourcen (zum Beispiel nicht genügend Impfstoffe für alle) besteht das Ziel darin, diese Ressourcen zu verwenden, um R_0 unter 1 zu senken.



Künstliche Intelligenz

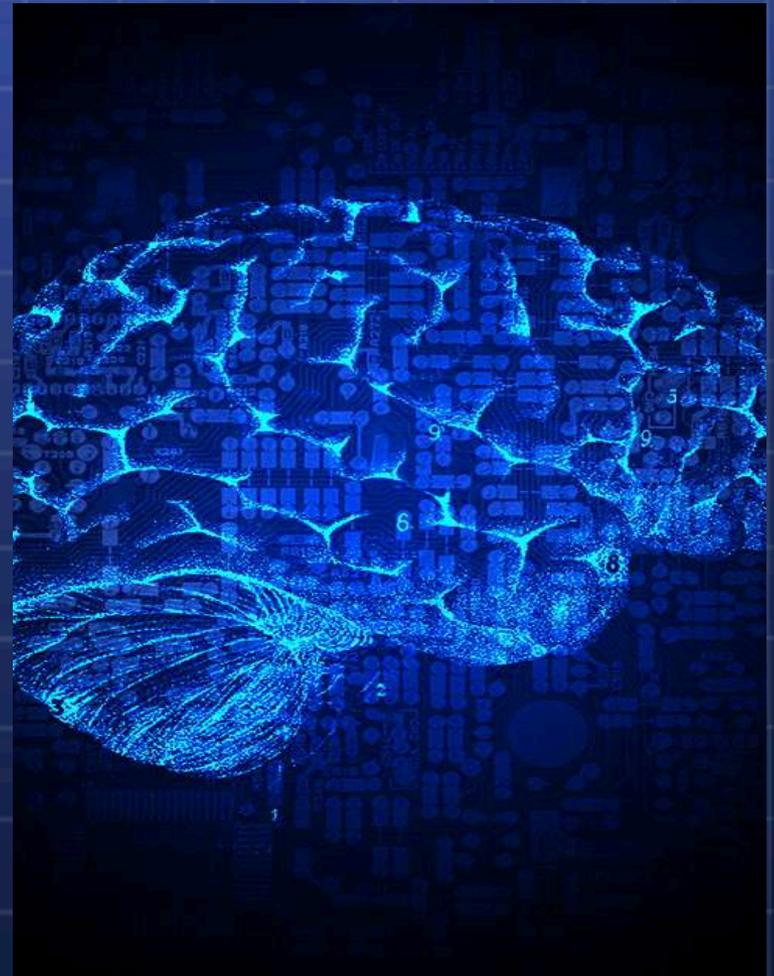
Woher kommt der plötzliche Erfolg?

Traditionell bedeutete das Programmieren eines Roboters, Anweisungen zu geben, was der Roboter tun sollte.

Aber wir Menschen lernen nicht alles, was wir tun können. Wir lernen alleine. Ein Kind, das viele Katzen gesehen hat, kann erkennen, dass ein Tier eine Katze ist, auch wenn sich dieses Tier von allen zuvor gesehenen Modellen unterscheidet.

Jetzt können Roboter dasselbe tun. Der jüngste Erfolg der künstlichen Intelligenz beruht auf der Tatsache, dass die Roboter so programmiert sind, dass sie lernen.

Dieser Lernprozess wird durch die riesigen verfügbaren Daten ermöglicht.



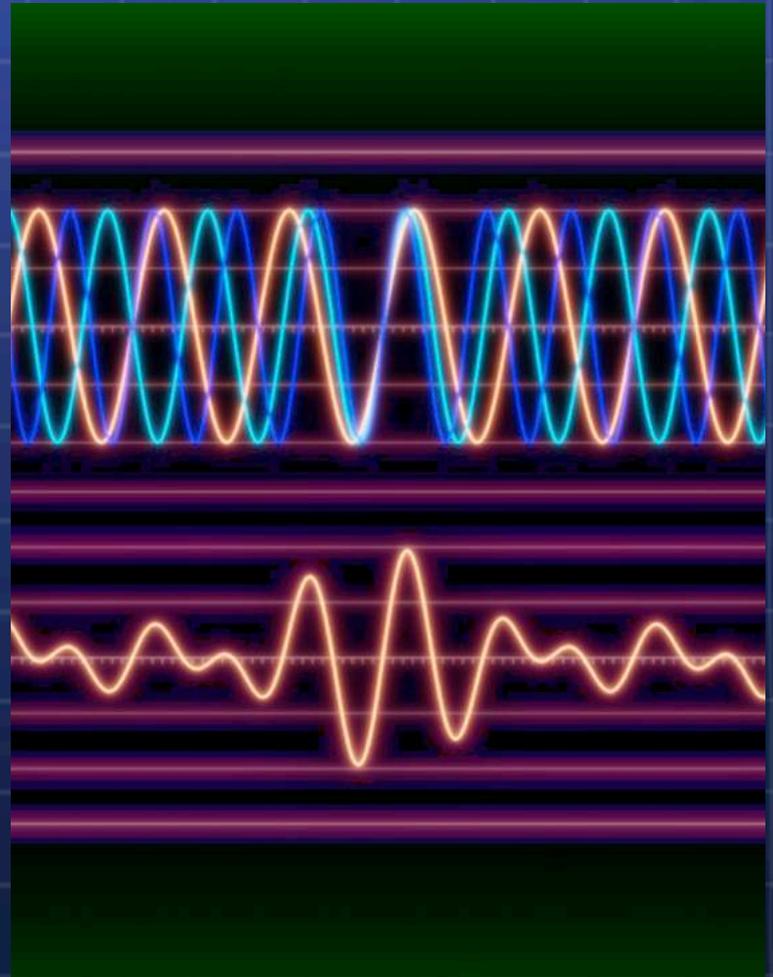
Digitale Musik

Musik besteht aus Wellen, die in unseren Ohren vibrieren. Diese Wellen können als Zahlenfolge auf einer CD gespeichert werden, indem in kurzen Zeitintervallen - normalerweise 44100 Mal pro Sekunde - Schwingungen entnommen werden.

Schallwellen sind die Kombination vieler Wellen mit unterschiedlichen Frequenzen, von denen einige von unseren Ohren nicht einmal wahrgenommen werden.

Die Fourier-Transformation ermöglicht es uns, eine komplexe Schallwelle in viele einfache aufzuteilen. Audioformate, wie MP3, beinhalten nur die hörbaren Frequenzen, wodurch die Dateien viel kleiner werden.

Ohne Mathematik gäbe es keine iPods, Spotify oder iTunes.



Computerspiele

Viele Computerspiele verwenden 3D-Grafiken.

Das Verschieben und Animieren dieser Elemente sowie das Rendern von Farben, Licht und Schatten erfordert Vektoren, Matrizen und viele andere Konzepte aus der linearen Algebra und der 3D-Geometrie.

Computerspiele müssen auch realistische Animationen von Wasser oder sich bewegenden und kollidierenden physischen Objekten erstellen.

Sie verwenden häufig numerische Lösungen für die entsprechenden partiellen Differentialgleichungen, wie z. B. die Navier-Stokes-Gleichungen, um Flüssigkeit zu modellieren.

Computerprogramme, künstliche Intelligenz, müssen nicht spielbarer Charaktere modellieren.



Große Daten

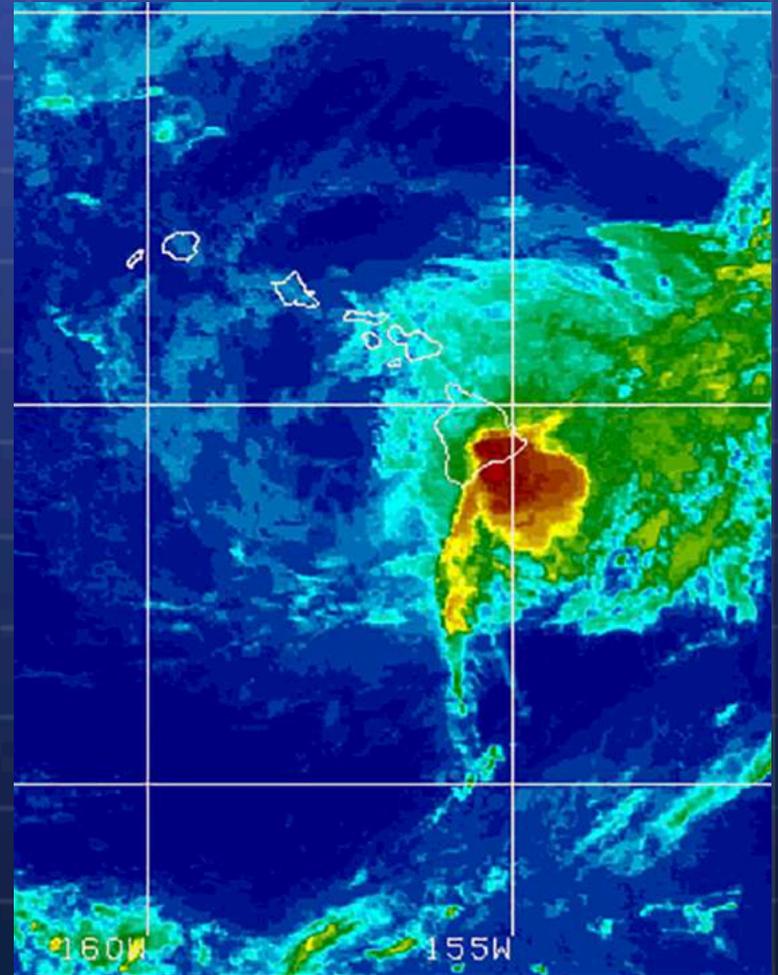
Daten sind überall um uns herum und jedes Mal, wenn wir im Internet surfen, eine Umfrage ausfüllen oder einkaufen gehen, werden neue Daten erstellt. Wissenschaftler sammeln Daten, wenn sie ein Experiment durchführen, und manchmal sind diese Datensätze so groß, dass sie völlig neue Technologien erfinden müssen, um sie zu verarbeiten.

Um Daten zu verstehen, benötigen wir Statistiken. Mit Hilfe der Mathematik können wir eine große Sammlung von Zahlen - die alle für sich genommen bedeutungslos sind - in sehr genaue Informationen über das System umwandeln, das die Daten erstellt hat. Statistiken können uns auch sagen, ob bestimmte Ergebnisse gültig oder signifikant sind.



Das Wetter vorhersagen

Die Vorhersage des Wetters ist eine unglaublich schwierige Aufgabe, selbst wenn ein umfangreiches Netzwerk von Wetterstationen, Satelliten und Supercomputern verwendet wird. Flüssigkeiten wie die Atmosphäre folgen einer Reihe von Regeln, die als Navier-Stokes-Gleichungen bezeichnet werden. Wir können diese Gleichungen nicht direkt lösen, sondern verwenden numerische Simulationen, um eine Prognose zu erstellen. Aber auch winzige Unterschiede bei den gemessenen Daten und Parametern können einen großen Einfluss auf diese Vorhersagen haben. Dies macht es unmöglich, das Wetter mehr als ein paar Wochen im Voraus genau vorherzusagen, aber die Modelle verbessern sich ständig ...



Faire Aufteilung

Das Teilen einer Pizza zwischen den Gästen zu gleichen Teilen ist nicht unbedingt optimal: Einige haben zu viel, während andere immer noch hungrig sind.

Eine faire Aufteilung ist eine, in der jeder Partner gleichermaßen mit seinem Los zufrieden ist. Und wenn wir auch Salat haben, wollen einige vielleicht weniger Pizza und mehr Salat. In der Theorie der gerechten Teilung besteht ein Interesse daran, diese Art von Probleme mathematisch zu analysieren. Es gibt viele Anwendungen, insbesondere für die Entwicklung von Regierungsstrategien zur Maximierung der Gerechtigkeit unter den Bürgern.



Buschfeuer, Waldbrände Modelle

Buschfeuer sind ein natürlicher Bestandteil vieler Ökosysteme, aber sie können für den Menschen sehr gefährlich sein.

Feuerwehrlente können mathematische Simulationen verwenden, um den Fortschritt des Feuers zu modellieren und vorherzusagen. Diese Simulationen müssen sich ändernde Vegetation, Hitze und Feuchtigkeit, Wind, Hügel sowie unterschiedliche Sauerstoffversorgung berücksichtigen und erfordern fortgeschrittene Mathematik und Fluidynamik.



Gruppentests

Um das Wiederauftreten der COVID-19-Pandemie zu kontrollieren, ist es wichtig, asymptomatische Träger durch umfangreiche Tests zu erkennen.

Dies kann sehr teuer sein, um nur wenige Infizierte zu erkennen.

Eine bessere Technik besteht darin, Gruppentests durchzuführen:

Die Personen werden in Gruppen eingeteilt, und es wird eine Mischung von Proben aus jeder Gruppe getestet. Wenn die Mischung negativ ist, ist keine Person in der Gruppe infiziert. Wenn die Mischung positiv ist, muss jede Person in der Gruppe getestet werden, um die positiven zu identifizieren. Wenn eine von 100 Personen infiziert ist, kann sie mit nur 25 Tests (anstelle von 100) in Gruppen von 20 Personen gefunden werden.



Raketen und Satelliten

Die Luft- und Raumfahrtindustrie hat viele Herausforderungen.

Um in den Weltraum zu gelangen, benötigen Raketen Treibstoff, um für den Schub zu brennen. Mehr Treibstoff macht eine Rakete leistungsfähiger, aber auch schwerer, obwohl das Gewicht des Treibstoffs beim Verbrennen abnimmt ...

Die Tsiolkovsky-Raketengleichung legt diese Einschränkungen fest. Die Bewegung von Raketen und Satelliten im Weltraum wird von der Schwerkraft bestimmt, wobei die Flugbahnen durch Differentialgleichungen und sphärische Geometrie beschrieben werden. Kommunikationen im Weltraum werfen Probleme mit Rauschen, Entfernung, Unzuverlässigkeit auf. Mathematische Codes helfen dabei, die Daten ohne Korruption zu übertragen. Es ist keine Raketenwissenschaft, es ist Mathematik!



Achterbahnen entwerfen

Das Entwerfen einer Achterbahn ist nicht einfach: Sie müssen aufregend, aber nicht ruckartig sein, schnell, aber schnell bremsen können, und vor allem müssen sie sicher sein.

Mithilfe der Mathematik können die Kräfte berechnet werden, die auf die Achterbahnzüge wirken, wenn sie an Dynamik gewinnen, sowie die strukturelle Unterstützung, die zur Unterstützung dieser Kräfte erforderlich ist. Mathematische Gleichungen und Berechnungen können auch verwendet werden, um die Form einer glatten Spur zu berechnen, einschließlich Schleifen, Korkenziehern und vielen anderen Merkmalen.



MRI - Tomographie

MRT-Scanner können dreidimensionale Bilder des menschlichen Körpers erstellen, indem sie unzählige zweidimensionale „Schnappschüsse“ aus verschiedenen Richtungen aufnehmen.

Der Prozess der Wiederherstellung des ursprünglichen dreidimensionalen Modells mithilfe dieser Schnappschüsse wird als Tomographie bezeichnet - und ohne fortgeschrittene Mathematik wie Radontransformationen wäre dies nicht möglich.

Mathematik rettet buchstäblich Leben.

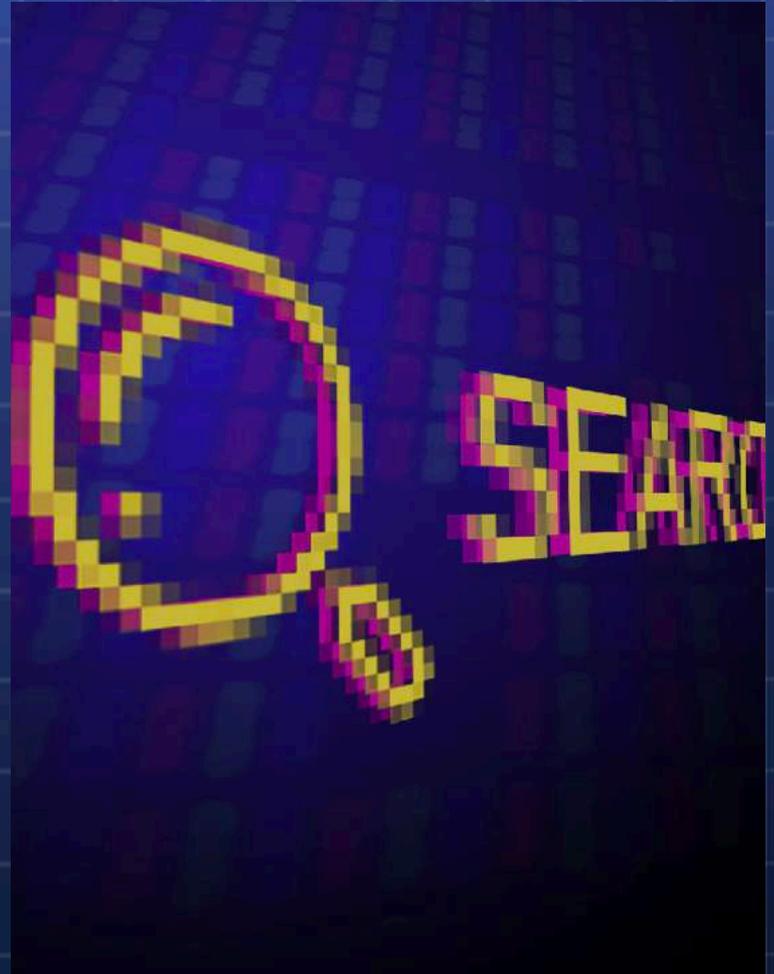


Suchmaschinen

Milliarden von Menschen nutzen täglich das Internet, zum Beispiel über Suchmaschinen wie Google.

Um die nützlichsten Websites zu finden und oben anzuzeigen, stellt Google alle Seiten im Internet in einer gigantischen Matrix dar. Mithilfe der linearen Algebra, Wahrscheinlichkeits- und Graphentheorie können Sie die beliebtesten Websites finden.

Google verwendet Mathematik für viele andere seiner Dienste: Wegbeschreibung in Karten finden, Spam-Erkennung in Google Mail, Spracherkennung unter Android, Texterkennung beim Scannen von Büchern, Komprimieren von YouTube-Videos, Erkennen von Gesichtern in Bildern oder Übersetzen von Texten.

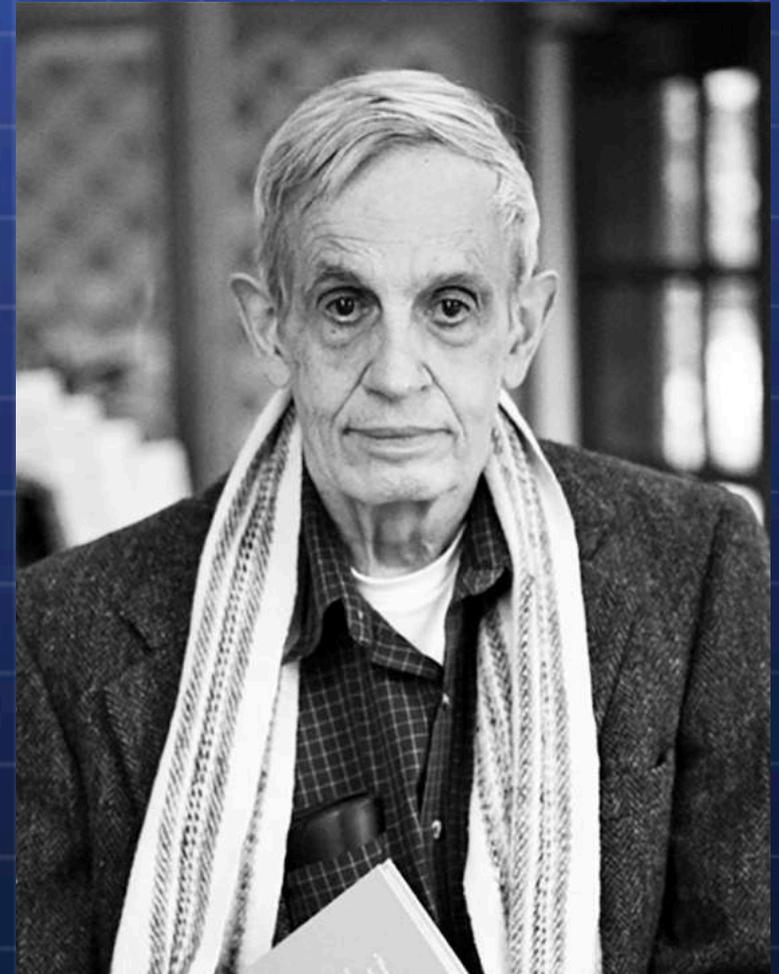


Game Theory – Spieltheorie

Was ist die beste Strategie, um ein Spiel zu gewinnen? Was ist das größte Interesse eines Unternehmens oder eines Landes?

Um dies zu entscheiden, sollten Sie besser berücksichtigen, dass Ihre Partner intelligent sind. Dies könnte einige Unternehmen oder Regierungen zur Zusammenarbeit bringen, da irgendeine Form der Zusammenarbeit vorteilhafter ist als der Wettbewerb.

John Nash, Mathematiker und Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften, führte den Begriff des Nash-Gleichgewichts als Strategie in einem nicht kooperativen Spiel ein. Dort kann jeder Spieler die Gleichgewichtsstrategien der anderen Spieler kennen, und kein Spieler kann es besser machen, wenn er nur seine eigene Strategie ändert.



Gletscherschmelze

Das Schmelzen der polaren Eiskappen wirkt sich auf den globalen Meeresspiegel und auf das Klima aus. Leider geben Satellitenbilder von oben nur begrenzte Informationen über den Zustand des gesamten Eisschildes oder die Prozesse, die ihrem Schmelzen zugrunde liegen. Wahrscheinlichkeit und Statistik können verwendet werden, um Umweltdaten zu analysieren, beispielsweise die Eisdicke und -zusammensetzung. Mathematische Modelle unter Verwendung von Differentialgleichungen und Thermodynamik helfen, die Wechselwirkung von Wind, Meereis, Meeresströmungen und Wärmeübertragung zu verstehen.



Teleskopspiegel

Die Menschen träumten immer davon, weiter ins Universum zu sehen. Dies erfordert die Verdichtung des von den Himmelskörpern emittierten Lichts. Das Kondensieren eines parallelen Lichtstrahls zu einem Strahl, der zu einem Punkt konvergiert, erfordert einen Parabolspiegel. Ein hyperbolischer Spiegel ändert die Richtung eines konvergenten Strahls und ein elliptischer Spiegel wandelt einen von einem Punkt emittierten divergenten Strahl in einen konvergenten Strahl um. Die meisten Teleskope verwenden einen Primärspiegel, der parabolisch ist, und mindestens einen Sekundärspiegel, manchmal aber auch mehr als einen. Letztere haben oft die Form eines Kegels.

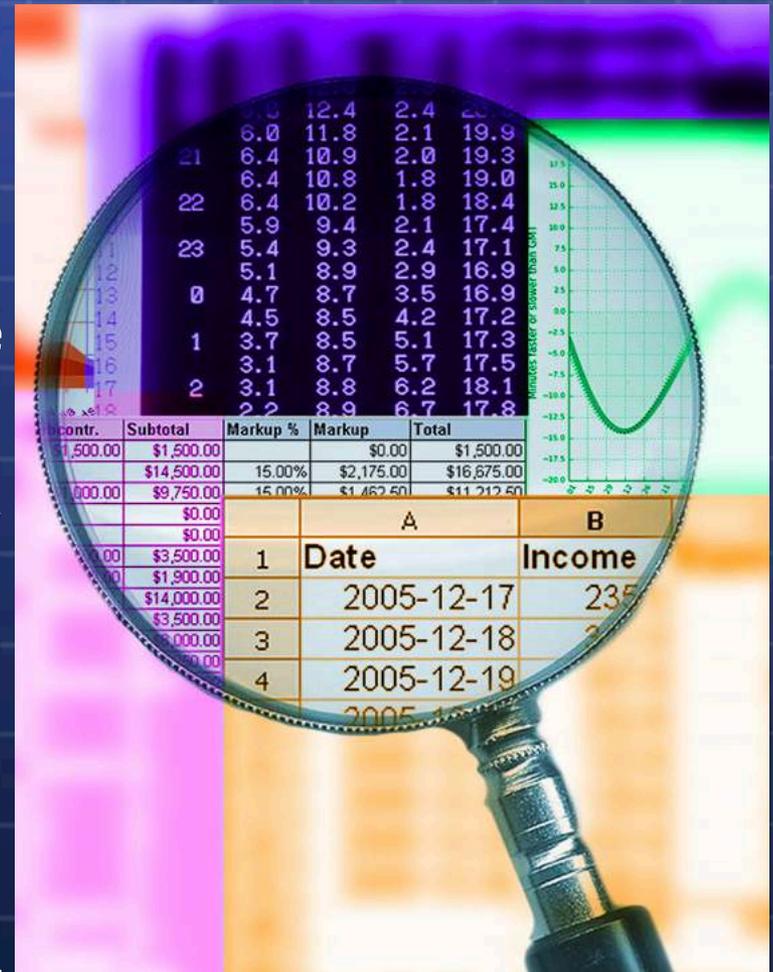


Aufdecken von Betrug

Probieren Sie eine Erfahrung aus:

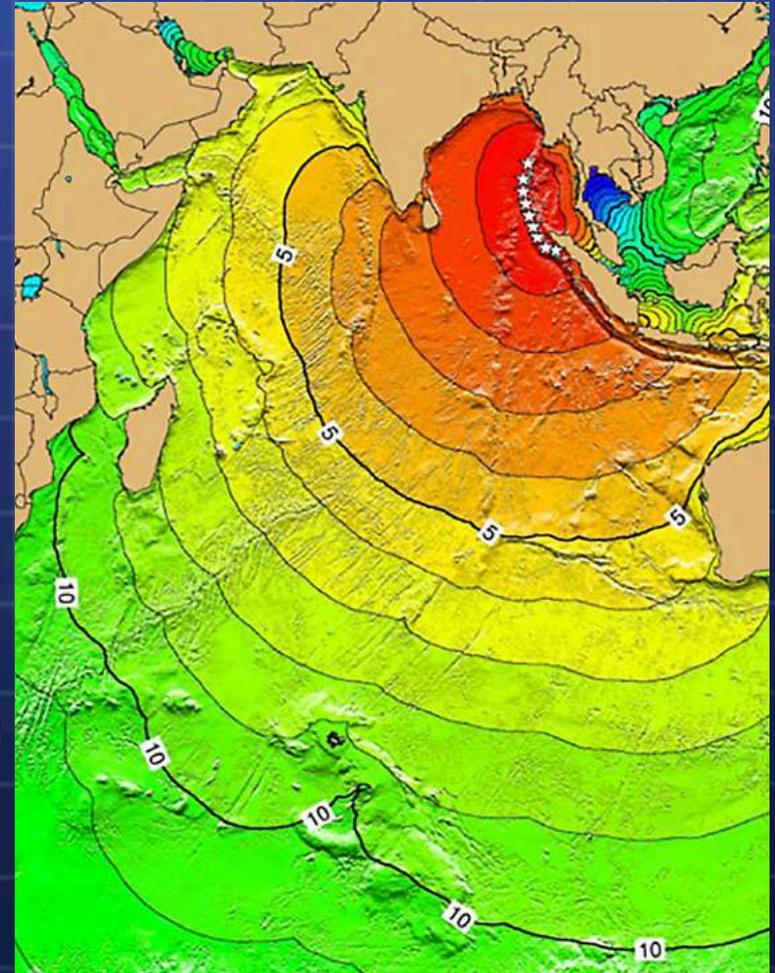
Sammeln Sie eine beliebige Zahl, die Sie um sich herum sehen, und notieren Sie sich die erste signifikante Ziffer, d. h. die Ziffer ganz links ungleich Null. Zum Beispiel ist die erste signifikante Ziffer von 23.567 die 2 und die von 0.00345 die 3.

Sie sollten ungefähr 30% von Ziffer 1 und nur 4.5% von Ziffer 9 erhalten. Dieses überraschende Phänomen wird als Benford'sches Gesetz bezeichnet. Es ist ein probabilistisches Gesetz. Meistens folgen die Zahlen im Jahresabschluss diesem Gesetz, das einen Test zur Aufdeckung von Betrug bietet, wenn jemand die Daten manipuliert hat, ohne darauf zu achten, dass er das Gesetz befolgt.



Tsunami Warnung

Ein Erdbeben ist gerade passiert. Wird es einen Tsunami auslösen? Wenn ja, welche Küsten werden wann getroffen? Die mathematische Modellierung ermöglicht das Verständnis der Ausbreitung eines Tsunamis, sobald sich das Epizentrum des Erdbebens befindet. In der Tat ist die Geschwindigkeit des Tsunamis proportional zum Quadrat der Tiefe des Ozeans. Ein Tsunami kann auf hoher See unbemerkt bleiben. Bei Annäherung an eine Küste nimmt die Tiefe ab, wodurch sich das Wasser auf beeindruckende Höhen stapeln kann. Sobald die Modellierung abgeschlossen ist, können Warnungen an die exponierten Bereiche gesendet werden.



Internet - Telefonleitungen

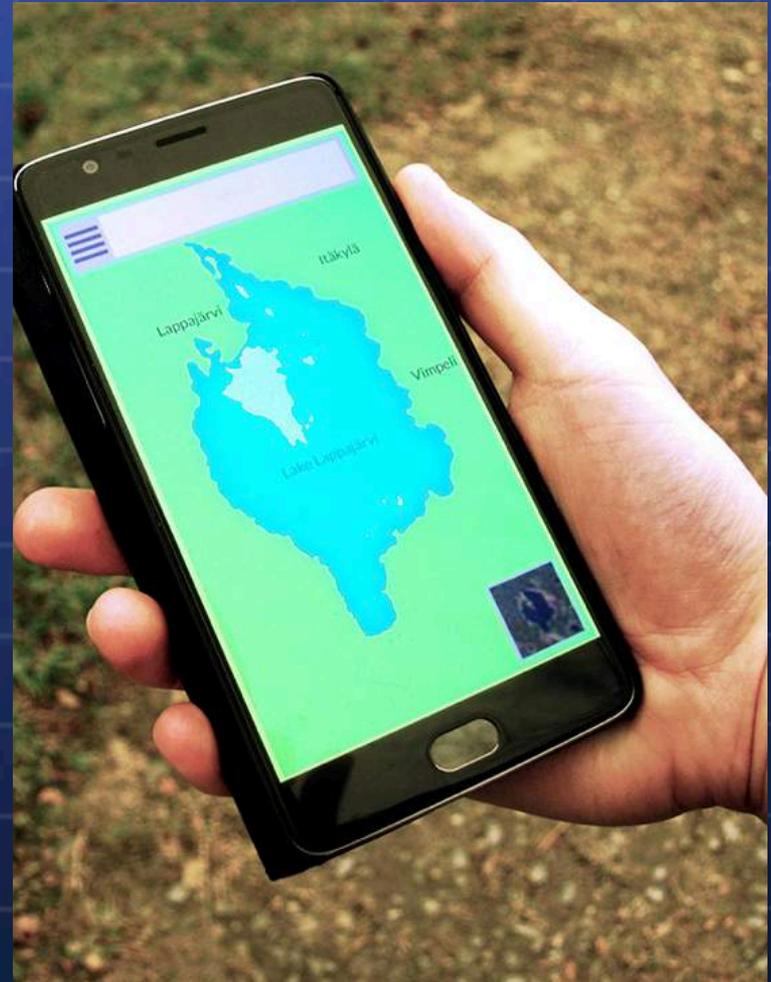
Sowohl Internet- als auch Telefonleitungen bilden ein gigantisches Netzwerk, über das Benutzer Daten austauschen können.

Alle Benutzer sind durch unzählige Links verbunden, die eine bestimmte Kapazität haben. Netzbetreiber müssen einen Weg finden, Sender und Empfänger zu verbinden, ohne die Kapazität einer einzelnen Verbindung zu überschreiten.

Um einen zuverlässigen Dienst für Telefonanrufe zu gewährleisten, werden die Mathematik der Warteschlangentheorie und mathematische Modelle unter Verwendung von Poisson-Prozessen verwendet.

Bei Internetverbindungen wird die Methode der Paketvermittlung verwendet:

Alle Daten werden in kleine „Pakete“ aufgeteilt, die unabhängig voneinander übertragen werden.



Flugverkehr

Täglich gibt es rund 50.000 Flüge mit kommerziellen Fluggesellschaften.

Alle Flugzeuge, alle Gepäckstücke, jede Besatzung und alle Passagiere müssen zur richtigen Zeit am richtigen Ort sein. Das Wichtigste ist aber, dass die Flugzeuge nicht abstürzen, wenn sie an einem der geschäftigen Flughäfen ankommen.

Dies ist eine unglaublich komplexe logistische Herausforderung, die ohne Mathematik- und Operationsforschung nicht möglich ist. Darüber hinaus möchten Fluggesellschaften Geld sparen, indem sie ein effizienteres Netzwerk schaffen, in dem Flugzeuge die bestmöglichen Strecken nehmen und in dem Flugzeuge niemals untätig, leer oder außer Betrieb sind. Dies kann mit Algorithmen aus der Graphentheorie erfolgen.

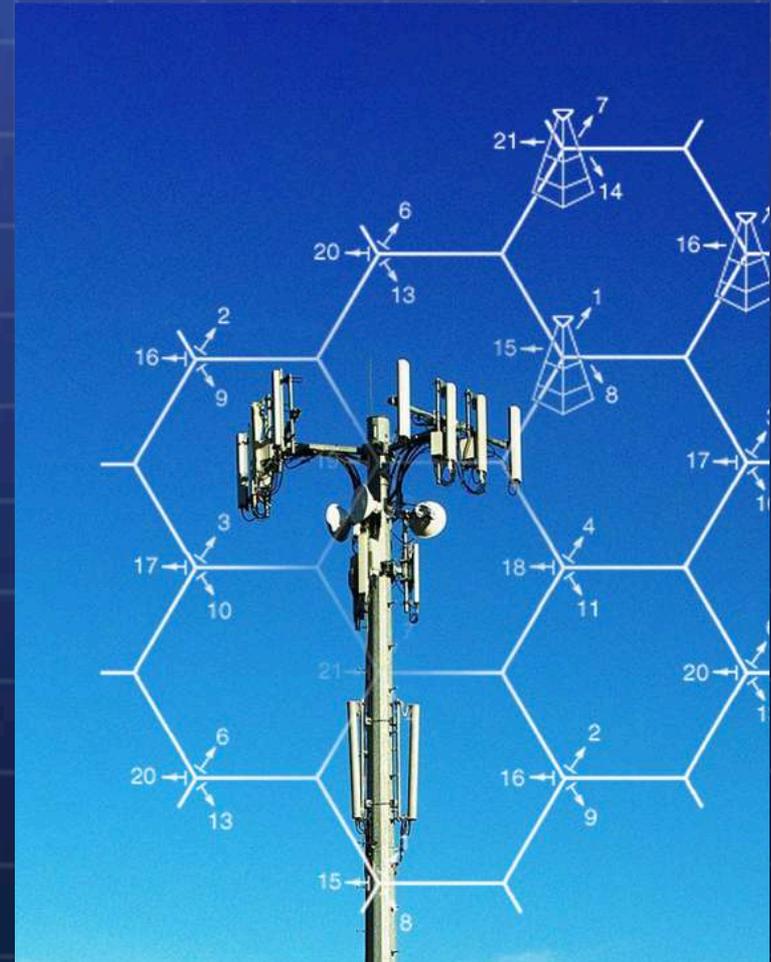


Handy Antennen

Handyantennen sollten ein großes Gebiet abdecken, so dass jeder Punkt eine Antenne hat, die nicht weiter als eine bestimmte Distanz entfernt ist.

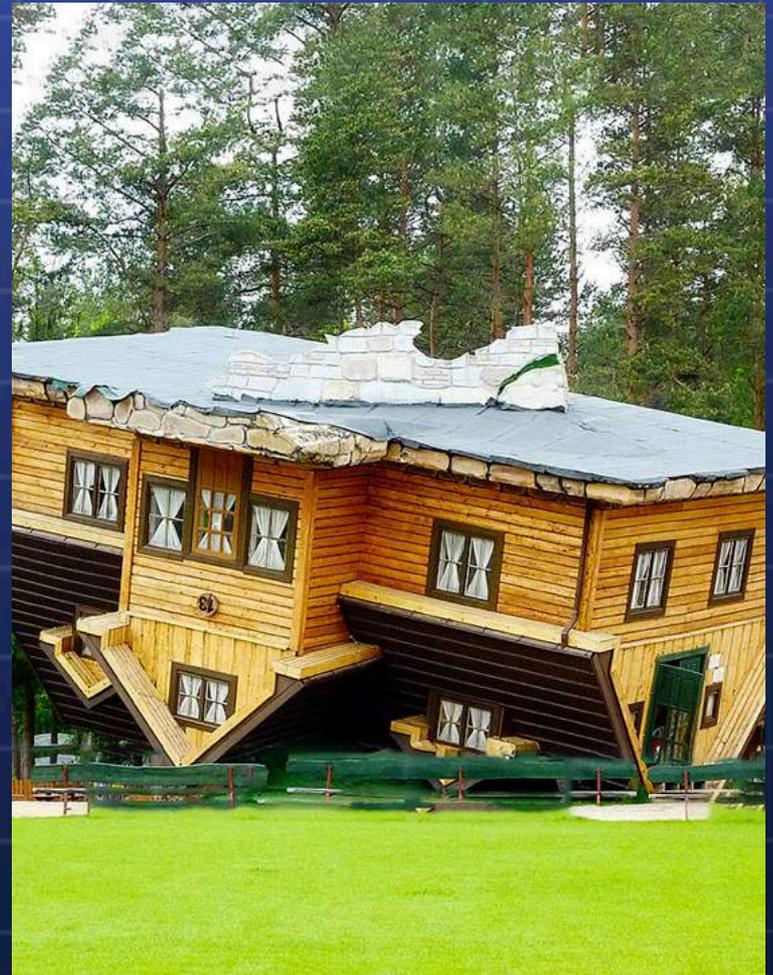
Was ist der wirtschaftlichste Weg, dies zu tun? Es hat sich gezeigt, dass der wirtschaftlichste Weg darin besteht, die Antennen an den Eckpunkten einer Kachelung gleichseitiger Dreiecke zu platzieren.

Die Verwendung einer quadratischen Kachelung würde $(3\sqrt{3})/4 \approx 1.299$ mehr Antennen und die Verwendung einer sechseckigen Kachelung doppelt so viel Antennen erfordern.



Versicherungen

Das Grundprinzip der Versicherung besteht darin, das Risiko zu mischen. Wenn eine Million Menschen eine Versicherung für ihre Häuser abschließen und nur 1.000 Hausbesitzer einen Anspruch geltend machen, kann jeder Versicherte ein Risiko von nur 0,1% der Kosten des durchschnittlichen Schadenpreises übernehmen. Auf der anderen Seite kann ein Versicherter sein Haus ersetzen lassen, wenn es als Totalschaden deklariert wird. Um die Prämienkosten zu berechnen, müssen Versicherungsunternehmen die Kosten künftiger Schäden schätzen und ihre Betriebskosten addieren. Die Kosten für Schäden können je nach Naturkatastrophen in einer Region von Jahr zu Jahr erheblich schwanken.



Problem Lösung

Die meisten Themen auf der Website bzw. auf dieser Power Point zeigen reale Anwendungen der Mathematik.

Aber auch nur der Prozess der Mathematik ist wichtig:

Er vermittelt strukturiertes Denken, logisches Denken, Abstraktion und die Fähigkeit, Ideen in einer präzisen Sprache auszudrücken.

Diese Fähigkeiten sind nicht nur in Wissenschaft und Technik wertvoll, sondern in jeder anderen Disziplin - ob in Politik, Journalismus, Musik und Kunst, Management, Recht oder anderswo.

$$\sigma^2(\xi_1) = \frac{(\xi_1 - a)^2}{\sigma^2} f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \dots$$
$$\int f(x, \theta) dx = M \left(T(\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(\xi, \theta) \right)$$
$$\ln L(x, \theta) \cdot f(x, \theta) dx = \int_{R_n} T(x) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(x, \theta) \right) f(x, \theta) dx = \int_{R_n} \frac{\partial}{\partial \theta} T(x) f(x, \theta) dx = \dots$$